

Εφαρμογή 11

$$\max X = f(K, L)$$

$$\text{s.t. } C = rK + wL$$

- ολικό διαφορίδιο ως X

$$dX = \frac{\partial X}{\partial K} dK + \frac{\partial X}{\partial L} dL = 0 \leadsto \frac{dK}{dL} = \frac{\partial X / \partial L}{\partial X / \partial K} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

- $C = rK + wL \leadsto K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r} L$ (παράγωγο [ούτα])

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{w}{r}$$

Στο σημείο επαφής των $\mathcal{L}$ καμπωτών θα ισχύει ότι

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{w}{r} = -\frac{MP_L}{MP_K}$$

δηλαδή

$$\frac{w}{r} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\partial X / \partial L}{\partial X / \partial K}$$

Εφαρμογή 12

$$Q = -0.02L^3 + 0.5L^2 - 0.01K^3 + 0.3K^2$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = MP_L = -0.06L^2 + L = 0 \quad \begin{cases} L_1 = 0 \\ L_2 = 17 \end{cases}$$

Άρα

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = MP_K = -0.03K^2 + 0.6K = 0 \quad \begin{cases} K_1 = 0 \\ K_2 = 20 \end{cases}$$

$L = 17$
 $K = 20$

Εφαρμογή 13

Ξέρουμε πως $\frac{w}{r} = \frac{MP_L}{MP_K}$

Άρα

$$\frac{0.5K^{0.5}L^{-0.5}}{0.5K^{-0.5}L^{0.5}} = \frac{2}{6} \leadsto K = 3L$$

Δκόμην από την σχέση $C = rK + wL \rightarrow$

$$1400 = 2K + 6L$$

και αφού

$$K = 3L \quad \text{έχουμε πως} \quad L^* = 116, \quad K^* = 348$$

Εφαρμογή 14

- α. Η αναχαιτία συνθήκη για να έχει ελάχιστο μεταβολή του μέσου κόστους είναι $\frac{dAC}{dD} = 0 \leadsto -6 + 2D = 0 \leadsto D = 3$
 Η ικανή συνθήκη για να υπάρχει ελάχιστο είναι $\frac{d^2AC}{dD^2} > 0 \leadsto 2 > 0$. Άρα όταν $D = 3$ υπάρχει $\frac{d^2AC}{dD^2}$ ελάχιστο σημείο στην AC. Η ελάχιστη τιμή του AC, όταν $D = 3$ είναι $AC = 11$.
- β. Το συνολικό κόστος είναι $C = AC \cdot D = 20D - 6D^2 + D^3$
 άρα $MC = \frac{dC}{dD} = 20 - 12D + 3D^2$
 Για $D = 3 \leadsto MC = 11$
 Άρα από α) και β) για $D = 3 \leadsto MC = AC = 11$

Εφαρμογή 15

$$X = L^{1/2} \bar{K}^{1/2} \leadsto L = \frac{X^2}{\bar{K}}$$

$$SRVC = \bar{\omega} L = \bar{\omega} \frac{X^2}{\bar{K}} = \text{βραχυχρόνιο μέγιστο κόστος}$$

$$SRFC = \bar{r} \bar{K} = \text{βραχυχρόνιο σταθερό κόστος}$$

$$SRTC = \bar{\omega} L + \bar{r} \bar{K} = \text{βραχυχρόνιο συνολικό κόστος}$$

$$SRAC = \frac{SRTC}{X} = \text{βραχυχρόνιο μέσο κόστος}$$

$$SRMC = \frac{\partial SRTC}{\partial X} = \text{βραχυχρόνιο οριακό κόστος}$$

Εφαρμογή 16

α) $\text{Κέρδος} = \text{Έσοδα} - \text{Έξοδα} = \text{Τιμή} \times \text{ποσότητα} - \text{κόστος} =$
 $= 900q - 0.2q^2 - 2q - 200.000$

$\frac{\partial \Pi}{\partial q} = 0 \rightarrow 900 - 0.4q - 2 = 0 \rightarrow q^* = 2245$

β) Για $q^* = 2245 \rightarrow \Pi^* = 808005$

γ) $AC = TC/q = \frac{0.2(2245)^2 + 2(2245) + 200000}{2245} = 540$

δ) $AC = TC/q = \frac{0.2q^2 + 2q + 200000}{q}$

$\frac{dAC}{dq} = -\frac{200000}{q^2} + 0.2 = 0 \rightarrow q^* = 1000$

άρα το μέσο κόστος ελαχιστοποιείται όταν $q^* = 1000$.

και ταυτόχρονα είναι $\Pi^* = 498000$

ε) ουδόθετος δεν βρίσκεται σε ισορροπία αφού οι επιχειρήσεις πραγματοποιούν υπερεκμετάλληση $\Pi = 808005$ σε σχέση με $\Pi = 498000$

στ) Στο μακροχρόνιο διάστημα η τιμή θα τείνει να γίνει ίση με το ελάχιστο μέσο κόστος (ανοικτά συνάρτη). Για $q = 1000 \rightarrow AC = 402$. Συνεπώς η ισορροπία του καάδου στο μακροχρόνιο διάστημα θα τείνει να διαμορφωθεί σε τιμές των 402 € ανά ποσότητα.